

STICHTING
MATHEMATISCH CENTRUM
2e BOERHAAVESTRAAT 49
AMSTERDAM

ZW 1954 - 009

Voordracht in de serie
Elementaire onderwerpen van hoger standpunt uit

Prof.dr. G.H.A. Grosheide F.W.zn.

7 april

Vlakke configuraties



1954

Serie: Elementaire onderwerpen van hoger standpunt uit.

7 April: voordracht door

Prof. Dr G.H.A.Grosheide F.W.zn.

over.

Vlakke configuraties

In de gewone projectieve meetkunde geldt de

Stelling van Pappus:

Indien van een enkelvoudige zeshoek de hoekpunten beurtelings op de ene en op de andere van twee gegeven rechten gelegen zijn, zijn de snijpunten der overstaande zijden collineair (gericht).

Deze bewerkt het bestaan van een configuratie $(9_3, 9_3)_I$.

Definitie: Onder een "partieel vlak" verstaan wij een systeem van punten en rechten, waartussen een incidentie-relatie bestaat, die voldoet aan het axioma:

Axioma: Twee verschillende punten zijn met ten hoogste één rechte incident;

Definitie: Een eindig partieel vlak noemen wij een configuratie.

In de meest voorkomende gevallen bezit een configuratie zekere regelmatigheden. Is elk der p punten incident met juist γ rechten en elk der g rechten met juist π punten, dan kent men aan de configuratie het symbool (p_γ, g_π) toe. Men heeft $p\gamma = g\pi$.

Definitie: Onder het "incidentie-schema" van een configuratie verstaat men een matrix met p rijen en g kolommen, waarvan het element a_k^i ($i = 1, 2, \dots, g; k = 1, 2, \dots, p$) één is, indien de i -de rechte en het k -de punt incident zijn en nul, indien dit niet het geval is.

Stelling:

Bij ieder partieel vlak is een projectief vlak te construeren, waarvan dit partiële vlak deel uitmaakt.

Dit vlak, dat de "volledige vrije uitbreiding" van het partiële genoemd wordt, ontstaat uitsluitend door snijden en verbinden.

Wordt ook identificatie van punten toegestaan, dan kan men dikwijls ook een eindig projectief vlak verkrijgen, waartoe een configuratie behoort.

De vrije uitbreiding van de configuratie van Pappus geeft na de door de sluitingsstellingen bewerkte identificaties slechts een deelvlak van het gewone projectieve.

Door haar symbool alleen is een configuratie in het algemeen niet bepaald. Men kent bijvoorbeeld drie configuraties met symbool $(9_3, 9_3)$.

Elk dezer drie configuraties is te construeren uit een aantal uitgangspunten onder uitsluitend gebruik van de liniaal. Doch alleen bij de configuratie van Pappus komt men klaar zonder hulppunten en hulprechten nodig te hebben.

Definitie: Onder een automorphisme verstaat men een één-éénduidige afbeelding van de configuratie op zich zelf, waarbij ieder paar incidentie elementen op een paar eveneens incidentie elementen wordt afgebeeld.

Naast equivalenties, die punten aan punten en rechten aan rechten toevoegen, heeft men somtijds reciprociteiten, die de punten en rechten verwisselen. De configuratie heet dan "zelf-duaal".

Definitie: Een eindige "graaph" is (naar Levi) een systeem van n punten en s segmenten met de eigenschap, dat ieder segment juist twee punten tot eindpunten bezit, doch dat niet elk punt eindpunt van een segment behoeft te wezen.

Aan iedere configuratie is een graaph toe te voegen.